

Kosmologie

Teil II: Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

Daniel Grumiller

Institut für Theoretische Physik
TU Wien

VHS, Planetarium Wien
März 2025



Vorlesungsreihenüberblick

I. Geschichte und Überblick

II. Allgemeine Relativitätstheorie als Grundlage der Kosmologie

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie

V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie

Vorlesungsreihenüberblick

I. Geschichte und Überblick

II. Allgemeine Relativitätstheorie als Grundlage der Kosmologie

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie

V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie



C. Flammarion, Holzschnitt, 1888

Vorlesungsreihenüberblick

I. Geschichte und Überblick

II. Allgemeine Relativitätstheorie als Grundlage der Kosmologie

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie

V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie



Einsteingleichungen als Graffiti am Uyuni Eisenbahnfriedhof, Bolivien

Motivation

Warum Fokus auf Gravitation? Was ist mit anderen Naturkräften?

Wollen Universum auf grossen Skalen beschreiben

- ▶ Wir kennen 4 Grundkräfte/Fundamentale Wechselwirkungen: starke, schwache, elektromagnetische und gravitationelle Wechselwirkung

Motivation

Warum Fokus auf Gravitation? Was ist mit anderen Naturkräften?

Wollen Universum auf grossen Skalen beschreiben

- ▶ Wir kennen 4 Grundkräfte/Fundamentale Wechselwirkungen: starke, schwache, elektromagnetische und gravitationelle Wechselwirkung
- ▶ Gravitation ist die schwächste dieser Wechselwirkungen

Motivation

Warum Fokus auf Gravitation? Was ist mit anderen Naturkräften?

Wollen Universum auf grossen Skalen beschreiben

- ▶ Wir kennen 4 Grundkräfte/Fundamentale Wechselwirkungen: starke, schwache, elektromagnetische und gravitationelle Wechselwirkung
- ▶ Gravitation ist die schwächste dieser Wechselwirkungen
- ▶ Gravitation wirkt kumulativ: während sich Ladungen bei grossen Objekten im Schnitt fast wegheben, addieren sich die Massen

Motivation

Warum Fokus auf Gravitation? Was ist mit anderen Naturkräften?

Wollen Universum auf grossen Skalen beschreiben

- ▶ Wir kennen 4 Grundkräfte/Fundamentale Wechselwirkungen: starke, schwache, elektromagnetische und gravitationelle Wechselwirkung
- ▶ Gravitation ist die schwächste dieser Wechselwirkungen
- ▶ Gravitation wirkt kumulativ: während sich Ladungen bei grossen Objekten im Schnitt fast wegheben, addieren sich die Massen
- ▶ Schon bei (vom Universum aus betrachtet) kleinen Objekten wie der Sonne ist Gravitation dominant (Erde wechselwirkt mit Sonne praktisch ausschliesslich gravitativ)

Motivation

Warum Fokus auf Gravitation? Was ist mit anderen Naturkräften?

Wollen Universum auf grossen Skalen beschreiben

- ▶ Wir kennen 4 Grundkräfte/Fundamentale Wechselwirkungen: starke, schwache, elektromagnetische und gravitationelle Wechselwirkung
- ▶ Gravitation ist die schwächste dieser Wechselwirkungen
- ▶ Gravitation wirkt kumulativ: während sich Ladungen bei grossen Objekten im Schnitt fast wegheben, addieren sich die Massen
- ▶ Schon bei (vom Universum aus betrachtet) kleinen Objekten wie der Sonne ist Gravitation dominant (Erde wechselwirkt mit Sonne praktisch ausschliesslich gravitativ)
- ▶ Für Dynamik von Galaxien, Haufen, Superhaufen und dem Universum ist Gravitation daher die dominante Wechselwirkung

Motivation

Warum Fokus auf Gravitation? Was ist mit anderen Naturkräften?

Wollen Universum auf grossen Skalen beschreiben

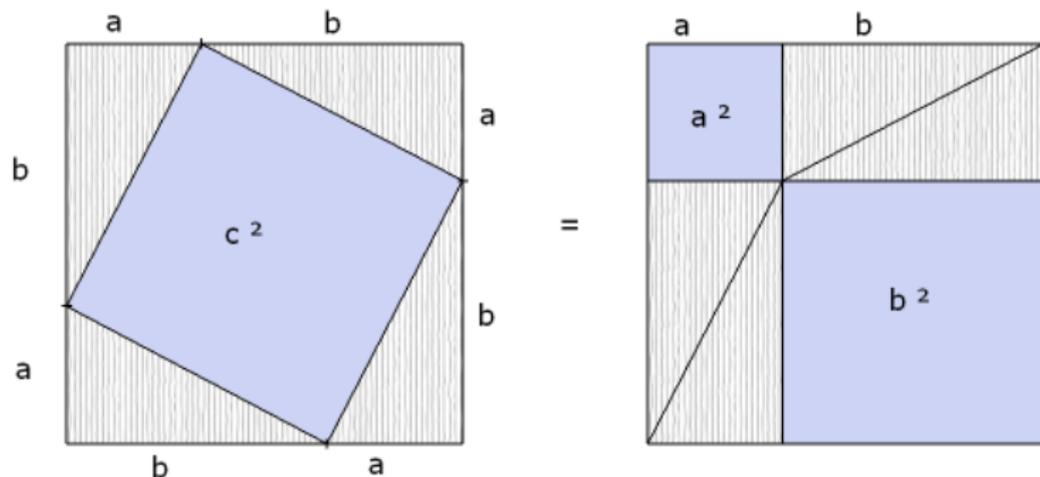
- ▶ Wir kennen 4 Grundkräfte/Fundamentale Wechselwirkungen: starke, schwache, elektromagnetische und gravitationelle Wechselwirkung
- ▶ Gravitation ist die schwächste dieser Wechselwirkungen
- ▶ Gravitation wirkt kumulativ: während sich Ladungen bei grossen Objekten im Schnitt fast wegheben, addieren sich die Massen
- ▶ Schon bei (vom Universum aus betrachtet) kleinen Objekten wie der Sonne ist Gravitation dominant (Erde wechselwirkt mit Sonne praktisch ausschliesslich gravitativ)
- ▶ Für Dynamik von Galaxien, Haufen, Superhaufen und dem Universum ist Gravitation daher die dominante Wechselwirkung

Beschäftigen uns deshalb heute mit ART,
der besten bekannten Gravitationstheorie

- ▶ Euklidische Geometrie: Pythagoräischer Lehrsatz

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Graphischer Beweis:



c : Länge der Hypotenuse
 a, b : Längen der Katheten

- ▶ Euklidische Geometrie: Pythagoräischer Lehrsatz

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Euklidische Vektoren (geben Raumpunkte an):

$$v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- ▶ Betrag(squadrat) eines Vektors: $v^2 = a^2 + b^2$
- ▶ Betrag verschwindet nur für Nullvektor, $a = b = 0$
- ▶ Betrag (=Länge) ansonsten immer positiv

- ▶ Euklidische Geometrie: Pythagoräischer Lehrsatz

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- ▶ Minkowskische Geometrie: modifizierter Pythagoräischer Lehrsatz

$$s^2 = -t^2 + x^2$$

Buchstabenwahl:

- ▶ s : konventionelle Bezeichnung für Minkowskische Längen
- ▶ t : konventionelle Bezeichnung für Zeit
- ▶ x : konventionelle Bezeichnung für Raum (hier: 1 Raumdimension: dasselbe gilt für 2, 3 oder mehr Raumdimensionen, mit $x^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots$)
- ▶ Anmerkung: gebe hier Zeit in Sekunden und Distanzen in Lichtsekunden an (wenn man das nicht will muss man die Lichtgeschwindigkeit einführen)

Spezielle Relativitätstheorie

- ▶ Euklidische Geometrie: Pythagoräischer Lehrsatz

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- ▶ Minkowskische Geometrie: modifizierter Pythagoräischer Lehrsatz

$$s^2 = -t^2 + x^2$$

- ▶ Abgesehen von anderen Buchstaben: **Vorzeichenänderung!**

Spezielle Relativitätstheorie

- ▶ Euklidische Geometrie: Pythagoräischer Lehrsatz

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- ▶ Minkowskische Geometrie: modifizierter Pythagoräischer Lehrsatz

$$s^2 = -t^2 + x^2$$

- ▶ Abgesehen von anderen Buchstaben: Vorzeichenänderung!
- ▶ Dieses Vorzeichen beinhaltet alle Effekte der speziellen Relativitätstheorie: Längenkontraktion, Zeitdilatation, Relativität der Gleichzeitigkeit, Zwillings“paradoxon”, $E = mc^2$, ...

Spezielle Relativitätstheorie

- ▶ Euklidische Geometrie: Pythagoräischer Lehrsatz

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- ▶ Minkowskische Geometrie: modifizierter Pythagoräischer Lehrsatz

$$s^2 = -t^2 + x^2$$

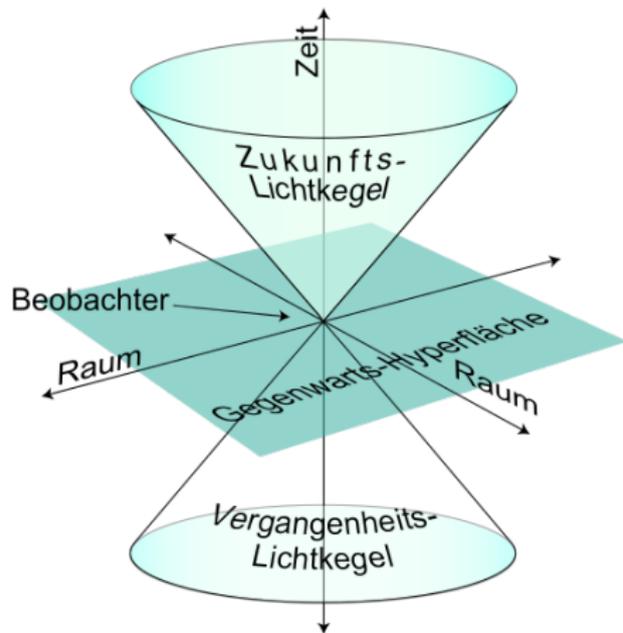
- ▶ Abgesehen von anderen Buchstaben: Vorzeichenänderung!
- ▶ Dieses Vorzeichen beinhaltet alle Effekte der speziellen Relativitätstheorie: Längenkontraktion, Zeitdilatation, Relativität der Gleichzeitigkeit, Zwillings“paradoxon”, $E = mc^2$, ...
- ▶ Minkowskische Vektoren (geben Raumzeitpunkte an):

$$s = \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

- ▶ Betrag (quadrat) eines Vektors: $s^2 = -t^2 + x^2$
- ▶ Betrag verschwindet nicht nur für Nullvektor, $t = x = 0$, sondern auch für $x = \pm t$ (=lichtartige Vektoren)
- ▶ Betrag kann positiv (=raumartig) oder negativ (=zeitartig) sein

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

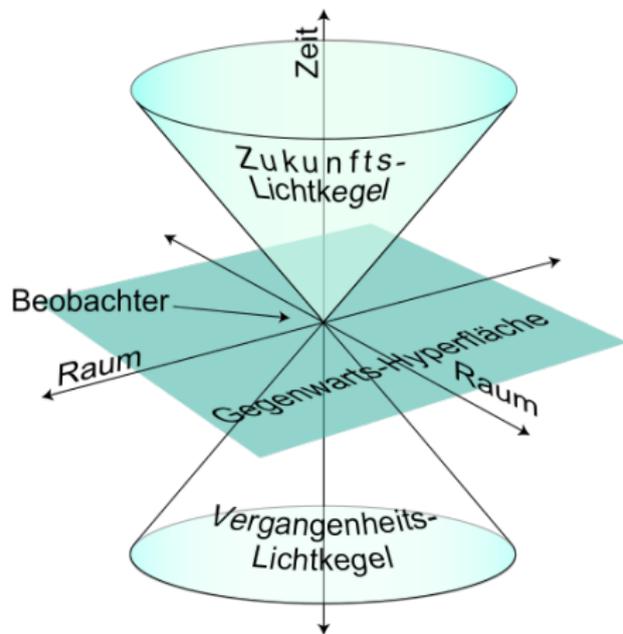


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

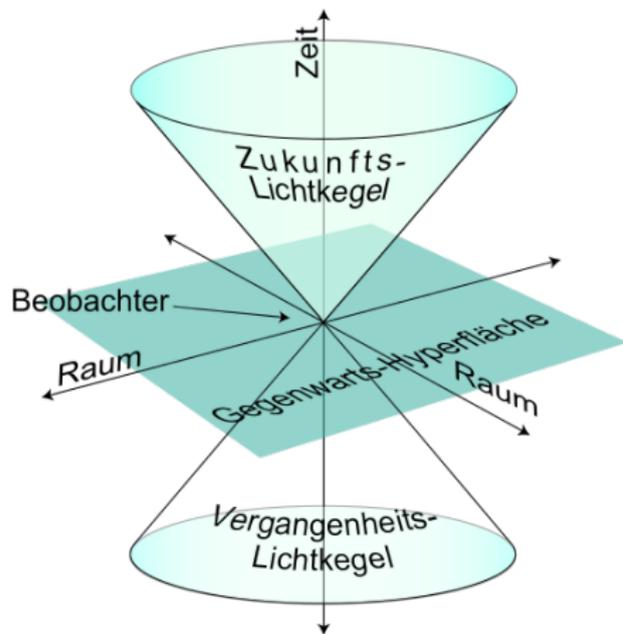


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$
- ▶ Zeitachse vertikal eingezeichnet

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

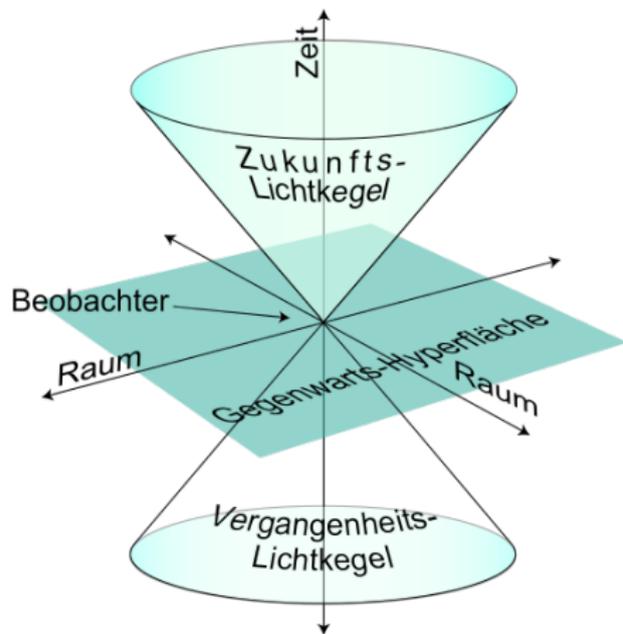


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$
- ▶ Zeitachse vertikal eingezeichnet
- ▶ Hier: zwei räumliche Achsen (also $x^2 = x_1^2 + x_2^2$)

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

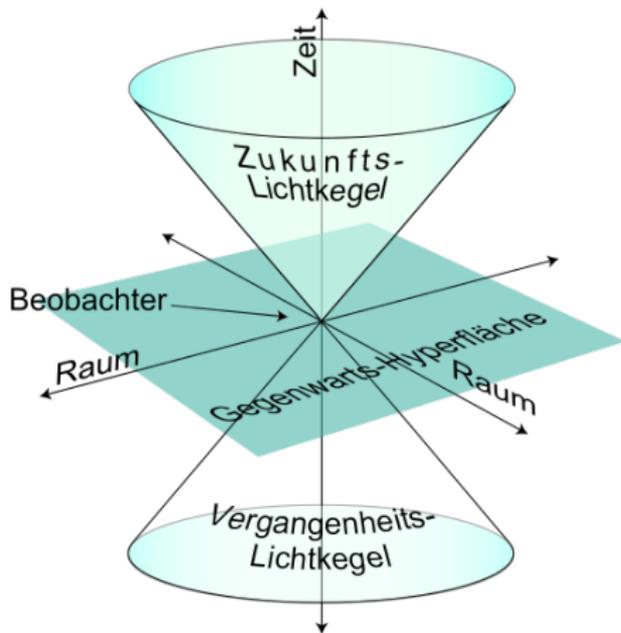


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$
- ▶ Zeitachse vertikal eingezeichnet
- ▶ Hier: zwei räumliche Achsen (also $x^2 = x_1^2 + x_2^2$)
- ▶ Gegenwarts-Hyperfläche: alle gleichzeitigen Ereignisse für B

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

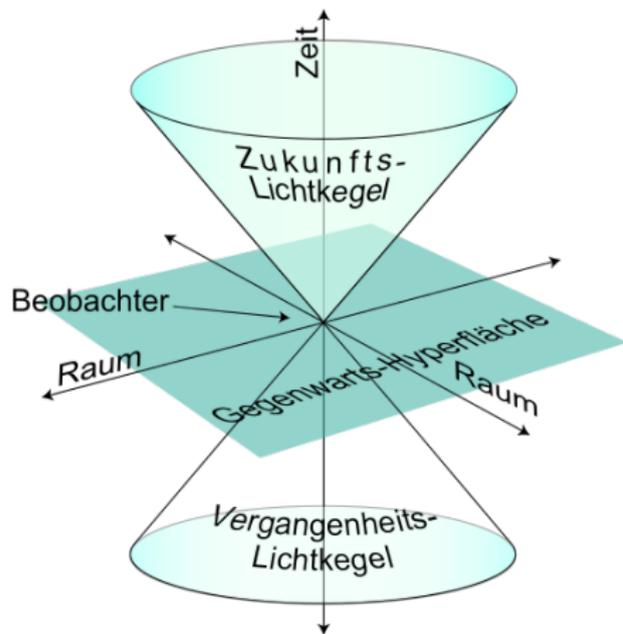


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$
- ▶ Zeitachse vertikal eingezeichnet
- ▶ Hier: zwei räumliche Achsen (also $x^2 = x_1^2 + x_2^2$)
- ▶ Gegenwarts-Hyperfläche: alle gleichzeitigen Ereignisse für B
- ▶ $s^2 = 0$: Lichtkegel
 - ▶ $t > 0$: Zukunftslichtkegel (B kann beeinflussen)
 - ▶ $t < 0$: Vergangenheitslichtkegel (B kann beeinflusst werden)

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

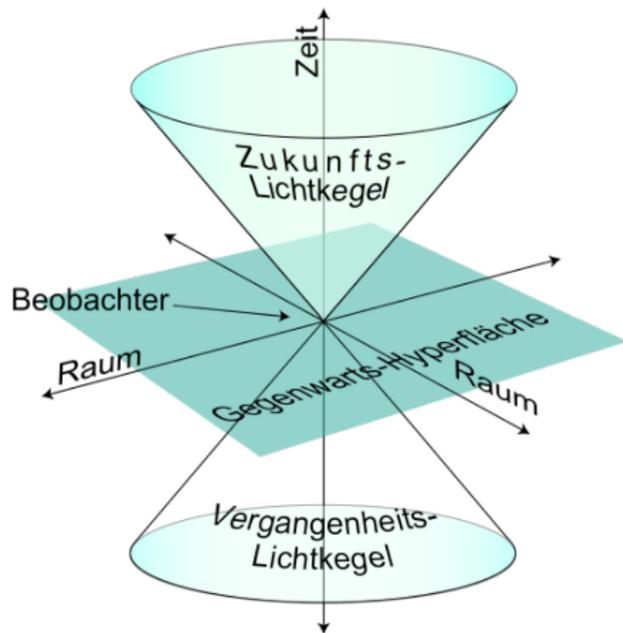


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$
- ▶ Zeitachse vertikal eingezeichnet
- ▶ Hier: zwei räumliche Achsen (also $x^2 = x_1^2 + x_2^2$)
- ▶ Gegenwarts-Hyperfläche: alle gleichzeitigen Ereignisse für B
- ▶ $s^2 = 0$: Lichtkegel
- ▶ $s^2 < 0$: zeitlich getrennte Ereignisse ($t > 0$: Zukunft, $t < 0$: Vergangenheit)
 - ▶ Ereignisse mit $s^2 < 0$: innerhalb des Lichtkegels

Lichtkegel

$s^2 = -t^2 + x^2$ führt zu
sog. Lichtkegel:

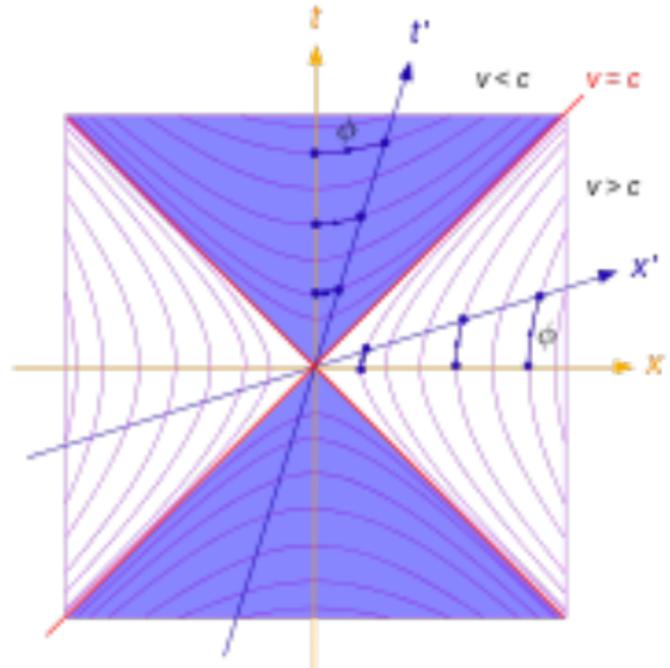
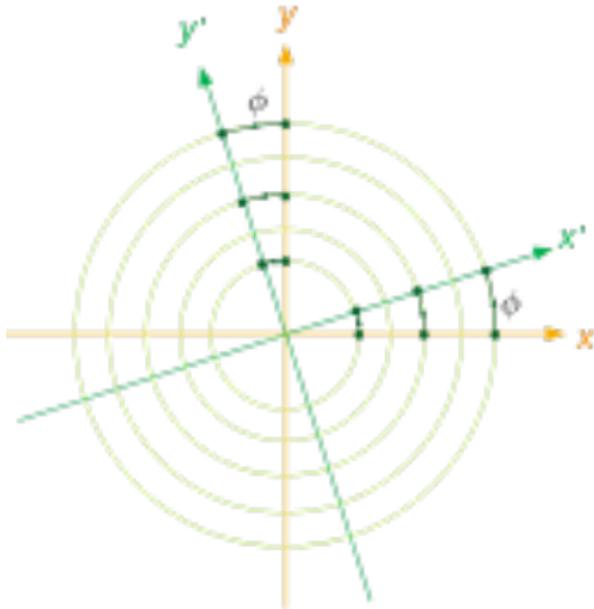


Interpretation des Lichtkegels:

- ▶ Beobachter B zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $x = 0$
- ▶ Zeitachse vertikal eingezeichnet
- ▶ Hier: zwei räumliche Achsen (also $x^2 = x_1^2 + x_2^2$)
- ▶ Gegenwarts-Hyperfläche: alle gleichzeitigen Ereignisse für B
- ▶ $s^2 = 0$: Lichtkegel
- ▶ $s^2 < 0$: zeitlich getrennte Ereignisse ($t > 0$: Zukunft, $t < 0$: Vergangenheit)
- ▶ $s^2 > 0$: räumlich getrennte Ereignisse
- ▶ Relativität der Gleichzeitigkeit!

Euklidische und Minkowskische Drehungen (=Lorentztransformationen)

- ▶ Euklidische Länge $a^2 + b^2$: invariant unter euklidischen Drehungen
- ▶ Minkowskische Länge $-t^2 + x^2$: invariant unter minkowskischen Drehungen (=Lorentztransformationen)



- ▶ Euklidische Metrik δ invariant unter Drehungen:

$$dc^2 = da^2 + db^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j$$

mit $x^i = (a, b)$; von oben lesen wir ab

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Euklidische Metrik δ invariant unter Drehungen:

$$dc^2 = da^2 + db^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j$$

mit $x^i = (a, b)$; von oben lesen wir ab

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Anmerkung 1: dc^2 beschreibt eine infinitesimale Länge; wenn man überall konsequent d weglässt ist man zurück bei Pythagoras
- ▶ Anmerkung 2: für diejenigen die sich an Mittelschulmathematik erinnern: Drehung bedeutet

$$a \rightarrow a' \cos \phi + b' \sin \phi \quad b \rightarrow -a' \sin \phi + b' \cos \phi$$

und somit gilt (unter Verwendung von $\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$)

$$a^2 + b^2 = a'^2 + b'^2$$

und analog $da^2 + db^2 = da'^2 + db'^2$; daraus folgt schliesslich

$$\delta_{ij} = \delta'_{ij}$$

- ▶ Euklidische Metrik δ invariant unter Drehungen:

$$dc^2 = da^2 + db^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j$$

mit $x^i = (a, b)$; von oben lesen wir ab

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Minkowskische Metrik η invariant Lorentztransformationen:

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

mit $x^\mu = (t, x)$: von oben lesen wir ab

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Euklidische Metrik δ invariant unter Drehungen:

$$dc^2 = da^2 + db^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j$$

mit $x^i = (a, b)$; von oben lesen wir ab

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Minkowskische Metrik η invariant Lorentztransformationen:

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

mit $x^\mu = (t, x)$: von oben lesen wir ab

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Anmerkung 3: durch analoge Rechnung (unter Verwendung von $\cosh^2 \phi - \sinh^2 \phi = 1$): es gilt $\eta_{\mu\nu} = \eta'_{\mu\nu}$
- ▶ Anmerkung 4: wegen $\cos \rightarrow \cosh$ und $\sin \rightarrow i \sinh$ nennt man Lorentztransformationen auch "hyperbolischen Rotationen"

- ▶ Euklidische Metrik δ invariant unter Drehungen:

$$dc^2 = da^2 + db^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j$$

mit $x^i = (a, b)$; von oben lesen wir ab

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

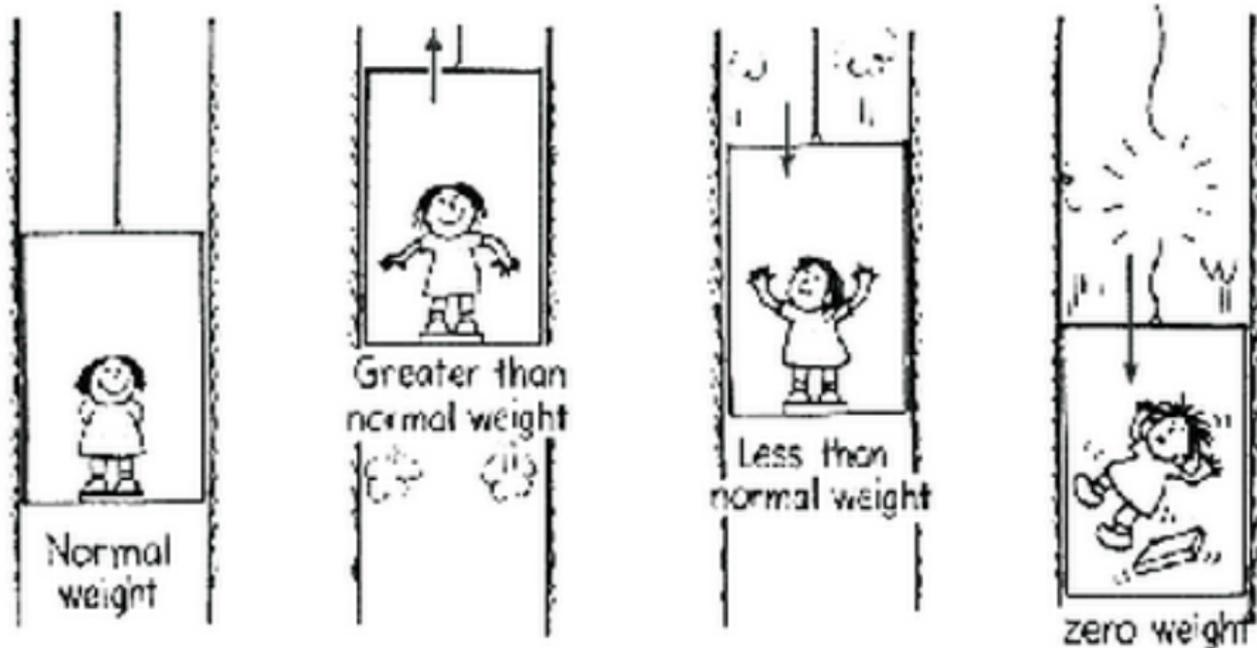
- ▶ Minkowskische Metrik η invariant Lorentztransformationen:

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

mit $x^\mu = (t, x)$: von oben lesen wir ab

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Einziger Unterschied ist wieder ein **Vorzeichen**



Schwerelosigkeit in frei fallendem Aufzug als Beispiel des Äquivalenzprinzips (träge Masse = schwere Masse)

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

Beispiele:

- ▶ fast jede physikalische Kraft die Sie aus dem Alltag kennen
- ▶ drei der vier fundamentalen Naturkräfte (Starke, Schwache und Elektromagnetische Kraft)

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte

$$F_s = ma = mf_s \quad \Rightarrow \quad f_s = a$$

Masse m kürzt sich raus in Newtonschem Gesetz

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte

$$F_s = ma = mf_s \quad \Rightarrow \quad f_s = a$$

Masse m kürzt sich raus in Newtonschem Gesetz

Beispiele:

- ▶ Zentrifugalkraft und Corioliskraft
- ▶ Gravitationskraft, wenn träge Masse $m =$ schwere Masse m_s (Äquivalenzprinzip)

$$F_g = m_s g = ma \quad \Rightarrow \quad g = a \text{ wenn } m_s = m$$

bzw.

$$F_N = -m_s \frac{G_N M}{r^2} = ma \quad \Rightarrow \quad -\frac{G_N M}{r^2} = a \text{ wenn } m_s = m$$

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte

$$F_s = ma = mf_s \quad \Rightarrow \quad f_s = a$$

Masse m kürzt sich raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte lassen sich durch Wechsel des Koordinatensystems eliminieren (z.B. Zentrifugal- oder Corioliskraft durch Übergang von rotierenden in nicht-rotierende Koordinaten)

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte

$$F_s = ma = mf_s \quad \Rightarrow \quad f_s = a$$

Masse m kürzt sich raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte lassen sich durch Wechsel des Koordinatensystems eliminieren (z.B. Zentrifugal- oder Corioliskraft durch Übergang von rotierenden in nicht-rotierende Koordinaten)
- ▶ Einstein's Idee: auch Gravitation lässt sich durch geeignetes Koordinatensystem eliminieren (frei fallender Aufzug)

Gravitation als Scheinkraft

Äquivalenzprinzip als Motivation für Reinterpretation der Gravitationskraft

Man kann Kräfte in zwei Klassen einteilen:

- ▶ Gewöhnliche Kräfte

$$F = ma$$

Masse m kürzt sich nicht raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte

$$F_s = ma = mf_s \quad \Rightarrow \quad f_s = a$$

Masse m kürzt sich raus in Newtonschem Gesetz

- ▶ Scheinkräfte lassen sich durch Wechsel des Koordinatensystems eliminieren (z.B. Zentrifugal- oder Corioliskraft durch Übergang von rotierenden in nicht-rotierende Koordinaten)
- ▶ Einstein's Idee: auch Gravitation lässt sich durch geeignetes Koordinatensystem eliminieren (frei fallender Aufzug)
- ▶ Verwende Formalismus der angepasst ist an diese physikalische Idee und kompatibel mit spezieller Relativitätstheorie: (pseudo-)Riemannsche Geometrie, bestimmt durch Metrik $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident
- ▶ Mit Riemannscher Raumkrümmung: Konzepte wieder ident

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident
- ▶ Mit Riemannscher Raumkrümmung: Konzepte wieder ident
- ▶ Physikalische Idee als Slogan:

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident
- ▶ Mit Riemannscher Raumkrümmung: Konzepte wieder ident
- ▶ Physikalische Idee als Slogan:

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

- ▶ Wenn nur Scheinkräfte wirken: Objekte bewegen sich auf Geodäten!

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident
- ▶ Mit Riemannscher Raumkrümmung: Konzepte wieder ident
- ▶ Physikalische Idee als Slogan:

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

- ▶ Wenn nur Scheinkräfte wirken: Objekte bewegen sich auf Geodäten!
Wer es wirklich im Detail wissen will: die Geodätengleichung (mit sog. affiner Parametrisierung τ) lautet

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu{}_{\nu\lambda} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0$$

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident
- ▶ Mit Riemannscher Raumkrümmung: Konzepte wieder ident
- ▶ Physikalische Idee als Slogan:

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

- ▶ Wenn nur Scheinkräfte wirken: Objekte bewegen sich auf Geodäten!
Wer es wirklich im Detail wissen will: die Geodätengleichung (mit sog. affiner Parametrisierung τ) lautet

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0 \quad \text{mit} \quad \Gamma^\mu_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} (\partial_\nu g_{\sigma\lambda} + \partial_\lambda g_{\sigma\nu} - \partial_\sigma g_{\nu\lambda})$$

Geodäten und Autoparallele

Was ist eine Gerade im gekrümmten Raum?

- ▶ Definition 1: nehme zwei Punkte und mache kürzeste Verbindung (=Geodäte)
- ▶ Definition 2: nehme einen Punkt und eine Richtung und verschiebe den Punkt parallel in diese Richtung (=Autoparallele)
- ▶ Ohne Raumkrümmung: beide Konzepte ident
- ▶ Mit allgemeiner Raumkrümmung: Konzepte nicht ident
- ▶ Mit Riemannscher Raumkrümmung: Konzepte wieder ident
- ▶ Physikalische Idee als Slogan:

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

- ▶ Wenn nur Scheinkräfte wirken: Objekte bewegen sich auf Geodäten!
- ▶ Newtonsche Näherung: Metrik ist fast Minkowskimetrik

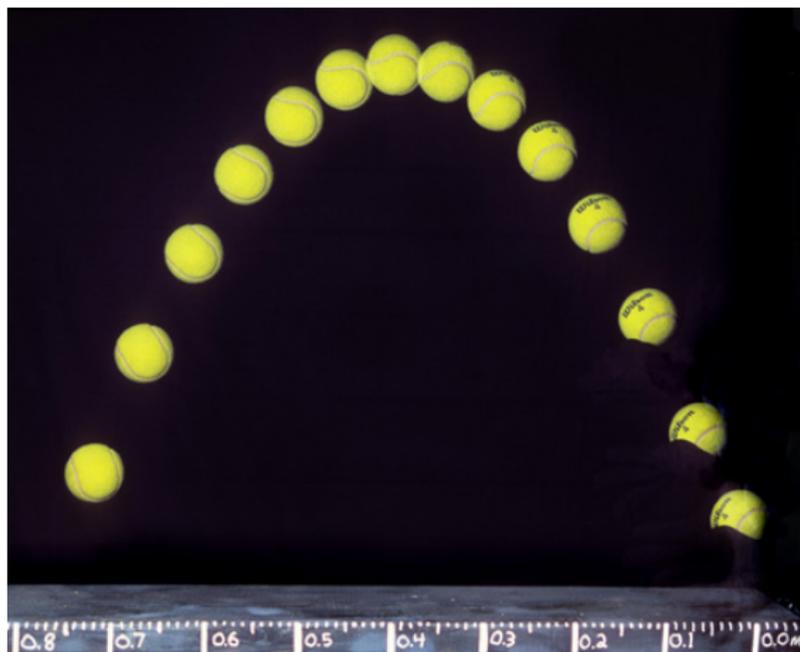
$$ds^2 = - dt^2 \left(1 + 2\Phi_N \right) + dx^2 = - dt^2 \left(1 - \frac{2G_N M}{r} \right) + dx^2$$

Geodätengleichung wird zu Newtonschem Gravitationsgesetz!

Gravitation = Geometrie der Raumzeit

Einige Konsequenzen:

- ▶ Geworfener Ball bewegt sich auf kürzester Bahn (in Raumzeit!), d.h. Wurfparabeln in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen



Gravitation = Geometrie der Raumzeit

Einige Konsequenzen:

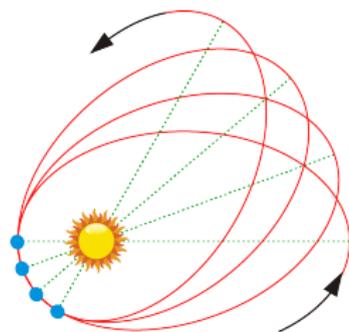
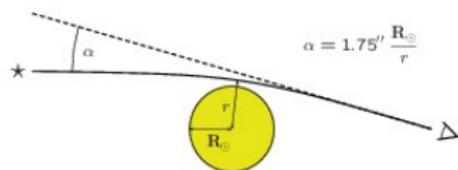
- ▶ Geworfener Ball bewegt sich auf kürzester Bahn (in Raumzeit!), d.h. Wurfparabeln in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Planeten bewegen sich auf kürzesten Bahnen (in Raumzeit!) um die Sonne, d.h. Keplersche Ellipsen in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen



Gravitation = Geometrie der Raumzeit

Einige Konsequenzen:

- ▶ Geworfener Ball bewegt sich auf kürzester Bahn (in Raumzeit!), d.h. Wurfparabeln in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Planeten bewegen sich auf kürzesten Bahnen (in Raumzeit!) um die Sonne, d.h. Keplersche Ellipsen in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Wenn wir Geodäten für die Schwarzschildmetrik bestimmen bekommen wir als Effekte Lichtablenkung und Periheldrehung, zwei klassische Tests der ART



Einige Konsequenzen:

- ▶ Geworfener Ball bewegt sich auf kürzester Bahn (in Raumzeit!), d.h. Wurfparabeln in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Planeten bewegen sich auf kürzesten Bahnen (in Raumzeit!) um die Sonne, d.h. Keplersche Ellipsen in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Wenn wir Geodäten für die Schwarzschildmetrik bestimmen bekommen wir als Effekte Lichtablenkung und Periheldrehung, zwei klassische Tests der ART
- ▶ Wenn wir die Bewegung von Objekten die nur der Gravitation unterliegen wissen wollen, so brauchen wir “nur” die Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$ zu wissen

Gravitation = Geometrie der Raumzeit

Einige Konsequenzen:

- ▶ Geworfener Ball bewegt sich auf kürzester Bahn (in Raumzeit!), d.h. Wurfparabeln in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Planeten bewegen sich auf kürzesten Bahnen (in Raumzeit!) um die Sonne, d.h. Keplersche Ellipsen in drei Raumdimensionen sind Geodäten in vier Raumzeitdimensionen
- ▶ Wenn wir Geodäten für die Schwarzschildmetrik bestimmen bekommen wir als Effekte Lichtablenkung und Periheldrehung, zwei klassische Tests der ART
- ▶ Wenn wir die Bewegung von Objekten die nur der Gravitation unterliegen wissen wollen, so brauchen wir “nur” die Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$ zu wissen

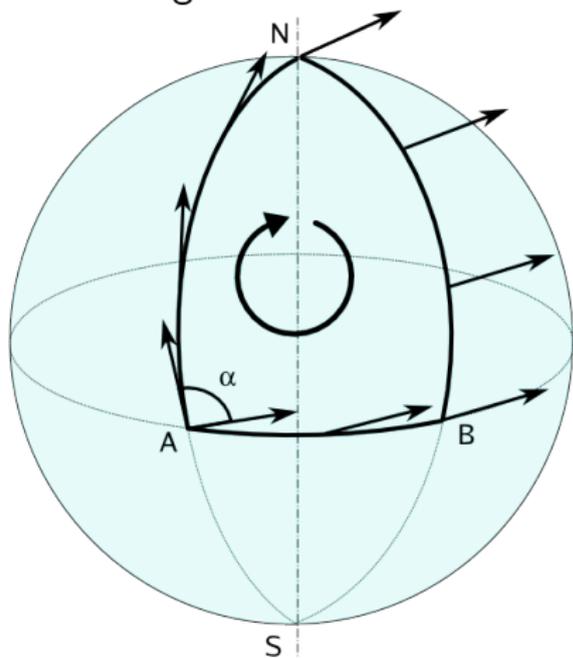
Was bestimmt die Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$?

Wie unterscheidet sich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die “wirklich” anders ist?

Riemanntensor

Wie unterscheidet sich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die “wirklich” anders ist?

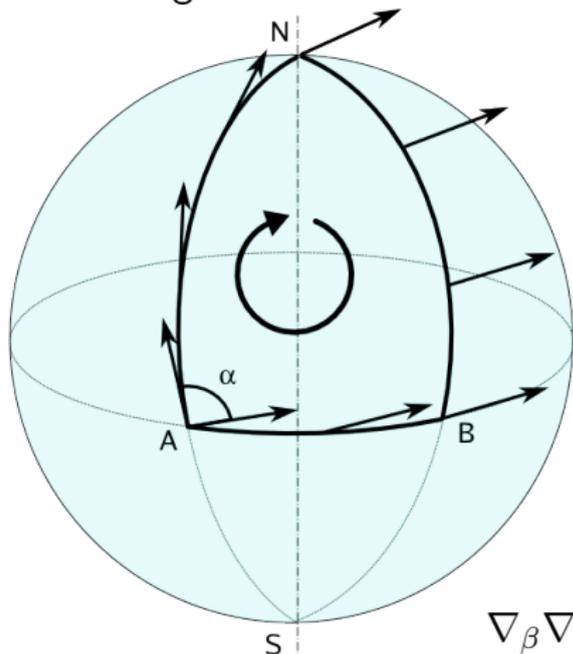
Krümmung:



Riemannstensor

Wie unterscheidet sich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die "wirklich" anders ist?

Krümmung:



Riemannscher Krümmungstensor:

- ▶ Nehme Vektor v^μ und verschiebe ihn zuerst in eine Richtung (∇_α) und dann in eine andere (∇_β)

Anmerkung für Detailverliebte: ∇_α heisst "kovariante Ableitung" und enthält die Christoffelsymbole, z.B.

$$\nabla_\alpha v^\mu = \partial_\alpha v^\mu + \Gamma^\mu_{\alpha\nu} v^\nu$$

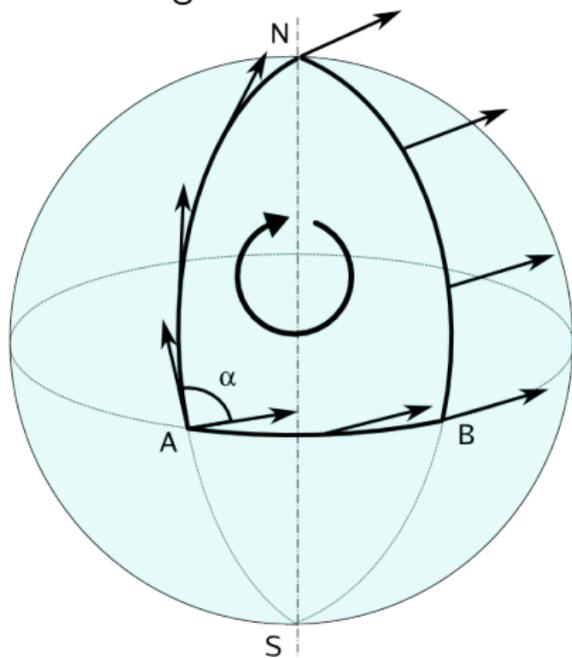
und

$$\nabla_\beta \nabla_\alpha v^\mu = \partial_\beta \nabla_\alpha v^\mu - \Gamma^\nu_{\beta\alpha} \nabla_\nu v^\mu + \Gamma^\mu_{\beta\nu} \nabla_\alpha v^\nu$$

Riemanntensor

Wie unterscheidet sich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die "wirklich" anders ist?

Krümmung:



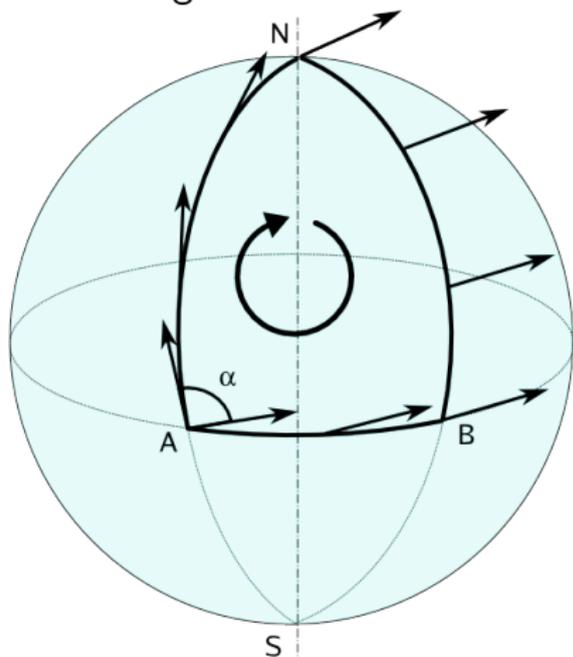
Riemannscher Krümmungstensor:

- ▶ Nehme Vektor v^μ und verschiebe ihn zuerst in eine Richtung (∇_α) und dann in eine andere (∇_β)
- ▶ Mache dasselbe in umgekehrter Reihenfolge

Riemannstensor

Wie unterscheidet sich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die "wirklich" anders ist?

Krümmung:



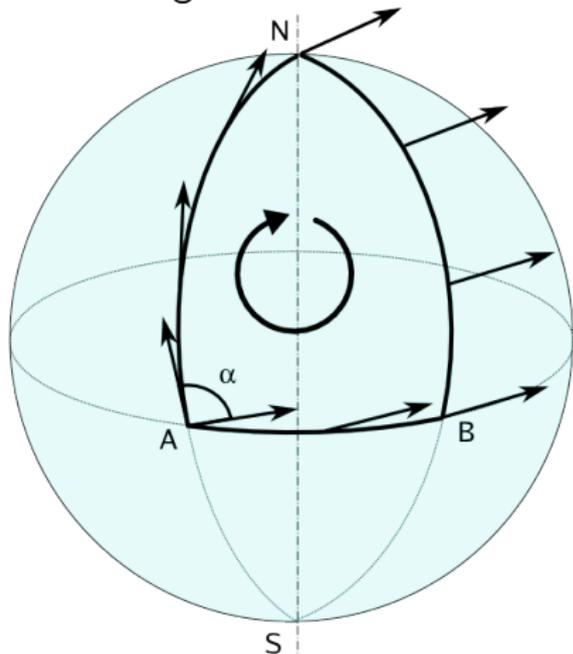
Riemannscher Krümmungstensor:

- ▶ Nehme Vektor v^μ und verschiebe ihn zuerst in eine Richtung (∇_α) und dann in eine andere (∇_β)
- ▶ Mache dasselbe in umgekehrter Reihenfolge
- ▶ Differenz der beiden Operationen gibt einen (i.A.) gedrehten Vektor v^ν und definiert Riemannschen Krümmungstensor $R^\mu{}_{\nu\alpha\beta}$

Riemannstensor

Wie unterscheidet sich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die "wirklich" anders ist?

Krümmung:



Riemannscher Krümmungstensor:

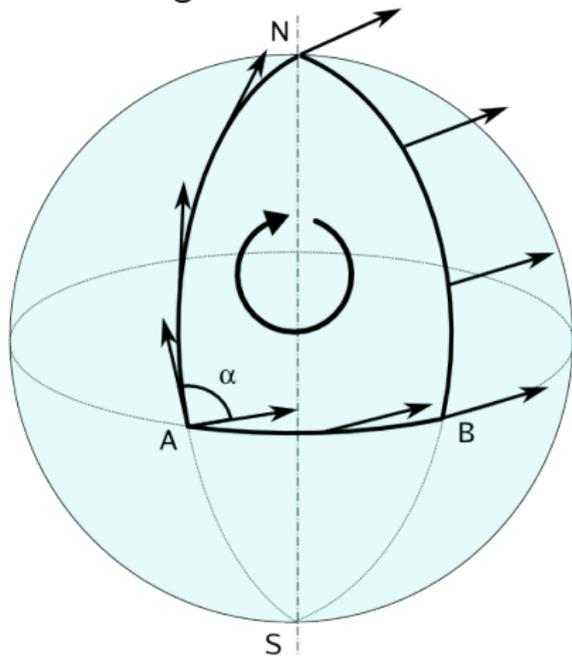
- ▶ Nehme Vektor v^μ und verschiebe ihn zuerst in eine Richtung (∇_α) und dann in eine andere (∇_β)
- ▶ Mache dasselbe in umgekehrter Reihenfolge
- ▶ Differenz der beiden Operationen gibt einen (i.A.) gedrehten Vektor v^ν und definiert Riemannschen Krümmungstensor $R^\mu{}_{\nu\alpha\beta}$
- ▶ Wer es genau wissen will:

$$(\nabla_\alpha \nabla_\beta - \nabla_\beta \nabla_\alpha)v^\mu = R^\mu{}_{\nu\alpha\beta}v^\nu$$

Riemanntensor

Wie unterscheide ich eine Metrik die bloss Minkowskimetrik in anderen Koordinaten ist von einer Metrik die “wirklich” anders ist?

Krümmung:



Riemannscher Krümmungstensor:

- ▶ Nehme Vektor v^μ und verschiebe ihn zuerst in eine Richtung (∇_α) und dann in eine andere (∇_β)
- ▶ Mache dasselbe in umgekehrter Reihenfolge
- ▶ Differenz der beiden Operationen gibt einen (i.A.) gedrehten Vektor v^ν und definiert Riemannschen Krümmungstensor $R^\mu{}_{\nu\alpha\beta}$
- ▶ Riemanntensor verschwindet genau dann wenn Metrik Minkowskimetrik ist (in beliebigen Koordinaten)

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)
- ▶ Effektive-Feldtheorie-Idee erstaunlich erfolgreich in moderner Physik
 - ▶ bestimme relevanten dynamischen Felder (hier: die Metrik $g_{\mu\nu}$)
 - ▶ bestimme relevanten Symmetrien (hier: Lorentztransformationen und allgemeine Koordinatentransformationen)
 - ▶ schreibe Lagrangewirkung hin die alles enthält was mit Symmetrien verträglich ist
 - ▶ bei hinreichend niedrigen Energien spielen nur eine handvoll Terme (sogenannte “relevante” oder “marginale”) eine physikalische Rolle
 - ▶ durch Variationsrechnung erhalten wir aus Wirkung Bewegungsgleichungen (“Euler–Lagrange-Gleichungen”)

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)
- ▶ Effektive-Feldtheorie-Idee erstaunlich erfolgreich in moderner Physik
- ▶ Anwendung dieser Idee führt zur Hilbertwirkung (oder Einstein–Hilbertwirkung)

$$S_{\text{EH}} = \int \text{vol} (\Lambda + \kappa R + \text{irrelevant})$$

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)
- ▶ Effektive-Feldtheorie-Idee erstaunlich erfolgreich in moderner Physik
- ▶ Anwendung dieser Idee führt zur Hilbertwirkung (oder Einstein–Hilbertwirkung)

$$S_{\text{EH}} = \int \text{vol} (\Lambda + \kappa R + \text{irrelevant})$$

- ▶ Λ : kosmologische Konstante (“Dunkle Energie”)

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)
- ▶ Effektive-Feldtheorie-Idee erstaunlich erfolgreich in moderner Physik
- ▶ Anwendung dieser Idee führt zur Hilbertwirkung (oder Einstein–Hilbertwirkung)

$$S_{\text{EH}} = \int \text{vol} (\Lambda + \kappa R + \text{irrelevant})$$

- ▶ Λ : kosmologische Konstante (“Dunkle Energie”)
- ▶ κ : Gravitationskonstante (im Wesentlichen inverse Newtonkonstante)

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)
- ▶ Effektive-Feldtheorie-Idee erstaunlich erfolgreich in moderner Physik
- ▶ Anwendung dieser Idee führt zur Hilbertwirkung (oder Einstein–Hilbertwirkung)

$$S_{\text{EH}} = \int \text{vol} (\Lambda + \kappa R + \text{irrelevant})$$

- ▶ Λ : kosmologische Konstante (“Dunkle Energie”)
- ▶ κ : Gravitationskonstante (im Wesentlichen inverse Newtonkonstante)
- ▶ R : Ricciskalar, eine eindeutige invariante Größe die aus dem Riemanntensor gebildet werden kann

$$R = R^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta} g_{\mu}^{\alpha} g^{\nu\beta}$$

Hilbertwirkung

- ▶ Historischer Weg zu Einsteingleichungen: lange und mühsam
- ▶ Abkürzer: Hilbertwirkung (Einsteingleichungen aus Wirkungsprinzip)
- ▶ Effektive-Feldtheorie-Idee erstaunlich erfolgreich in moderner Physik
- ▶ Anwendung dieser Idee führt zur Hilbertwirkung (oder Einstein–Hilbertwirkung)

$$S_{\text{EH}} = \int \text{vol} (\Lambda + \kappa R + \text{irrelevant})$$

- ▶ Λ : kosmologische Konstante (“Dunkle Energie”)
- ▶ κ : Gravitationskonstante (im Wesentlichen inverse Newtonkonstante)
- ▶ R : Ricciskalar, eine eindeutige invariante Größe die aus dem Riemanntensor gebildet werden kann

$$R = R^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta} g^{\alpha}{}_{\mu} g^{\nu\beta}$$

- ▶ obige Wirkung enthält die vollständige Information über die Einsteinsche ART!

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

- ▶ $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$ heisst Riccitenor

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

- ▶ $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$ heisst Riccitenor
- ▶ $g_{\mu\nu}$ ist die Metrik

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

- ▶ $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$ heisst Riccitenor
- ▶ $g_{\mu\nu}$ ist die Metrik
- ▶ R ist der Ricciskalar (derselbe wie in der Hilbertwirkung)

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

- ▶ $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$ heisst Riccitenor
- ▶ $g_{\mu\nu}$ ist die Metrik
- ▶ R ist der Ricciskalar (derselbe wie in der Hilbertwirkung)
- ▶ Λ ist die kosmologische Konstante (= Dunkle Energie)

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

- ▶ $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$ heisst Riccitenor
- ▶ $g_{\mu\nu}$ ist die Metrik
- ▶ R ist der Ricciskalar (derselbe wie in der Hilbertwirkung)
- ▶ Λ ist die kosmologische Konstante (= Dunkle Energie)
- ▶ $T_{\mu\nu}$ ist der Energie-Impulstensor (verschwindet ohne Materie)

Einsteingleichungen

- ▶ Herleitung der ART Bewegungsgleichungen aus Hilbertwirkung einfach (für Physikstudierende im 5. Semester)
- ▶ Resultat: Einsteingleichungen (vergleiche mit Eisenbahnfriedhof)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Linke Seite: durch Variation der Hilbertwirkung nach der Metrik

Rechte Seite: durch Variation Materiewirkung (so vorhanden) nach der Metrik

- ▶ $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$ heisst Riccitenor
- ▶ $g_{\mu\nu}$ ist die Metrik
- ▶ R ist der Ricciskalar (derselbe wie in der Hilbertwirkung)
- ▶ Λ ist die kosmologische Konstante (= Dunkle Energie)
- ▶ $T_{\mu\nu}$ ist der Energie-Impulstensor (verschwindet ohne Materie)

Materie sagt Geometrie wie sie sich krümmen soll

Zusammenfassung der ART: Bühne wird Schauspielerin

Gravitation bestimmt durch Dynamik der Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$

Zusammenfassung der ART: Bühne wird Schauspielerin

Gravitation bestimmt durch Dynamik der Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$

Äquivalenzprinzip: träge Masse = schwere Masse

Gravitation = Scheinkraft

Zusammenfassung der ART: Bühne wird Schauspielerin

Gravitation bestimmt durch Dynamik der Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$

Äquivalenzprinzip: träge Masse = schwere Masse

Gravitation = Scheinkraft

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

Geodätengleichung:
$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu{}_{\nu\lambda} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0$$

Zusammenfassung der ART: Bühne wird Schauspielerin

Gravitation bestimmt durch Dynamik der Raumzeitmetrik $g_{\mu\nu}$

Äquivalenzprinzip: träge Masse = schwere Masse

Gravitation = Scheinkraft

Geometrie sagt Materie wie sie sich bewegen soll

Geodätengleichung:
$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0$$

Materie sagt Geometrie wie sie sich krümmen soll

Einsteingleichungen:
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

Experimentelle Tests der ART

Siehe Clifford Will, *Was Einstein right?* (1986)

- ▶ Periheldrehung (1859)
- ▶ Lichtablenkung (1919)
- ▶ Gravitationelle Rotverschiebung [GPS!] (1959)

Experimentelle Tests der ART

Siehe Clifford Will, *Was Einstein right?* (1986)

- ▶ Periheldrehung (1859)
- ▶ Lichtablenkung (1919)
- ▶ Gravitationelle Rotverschiebung [GPS!] (1959)
- ▶ Shapiro Zeitverzögerung (1966)
- ▶ Gravitationswellenabstrahlung von Pulsaren in Binärsystemen (1974)
- ▶ Gravitationslinseneffekte (1979)
- ▶ Thirring–Lense Effekt (2011)

Experimentelle Tests der ART

Siehe Clifford Will, *Was Einstein right?* (1986)

- ▶ Periheldrehung (1859)
- ▶ Lichtablenkung (1919)
- ▶ Gravitationelle Rotverschiebung [GPS!] (1959)
- ▶ Shapiro Zeitverzögerung (1966)
- ▶ Gravitationswellenabstrahlung von Pulsaren in Binärsystemen (1974)
- ▶ Gravitationslinseneffekte (1979)
- ▶ Thirring–Lense Effekt (2011)
- ▶ Direkte Messung von Gravitationswellen (2016)

Experimentelle Tests der ART

Siehe Clifford Will, *Was Einstein right?* (1986)

- ▶ Periheldrehung (1859)
- ▶ Lichtablenkung (1919)
- ▶ Gravitationelle Rotverschiebung [GPS!] (1959)
- ▶ Shapiro Zeitverzögerung (1966)
- ▶ Gravitationswellenabstrahlung von Pulsaren in Binärsystemen (1974)
- ▶ Gravitationslinseneffekte (1979)
- ▶ Thirring–Lense Effekt (2011)
- ▶ Direkte Messung von Gravitationswellen (2016)

Zusätzlich:

- ▶ Präzisionstests des Äquivalenzprinzips (laufend)
- ▶ Präzisionstests von Lorentzinvarianz (laufend)
- ▶ Messungen der Geschwindigkeit von Gravitonen (seit 2016)

Experimentelle Tests der ART

Siehe Clifford Will, *Was Einstein right?* (1986)

- ▶ Periheldrehung (1859)
- ▶ Lichtablenkung (1919)
- ▶ Gravitationelle Rotverschiebung [GPS!] (1959)
- ▶ Shapiro Zeitverzögerung (1966)
- ▶ Gravitationswellenabstrahlung von Pulsaren in Binärsystemen (1974)
- ▶ Gravitationslinseneffekte (1979)
- ▶ Thirring–Lense Effekt (2011)
- ▶ Direkte Messung von Gravitationswellen (2016)

Zusätzlich:

- ▶ Präzisionstests des Äquivalenzprinzips (laufend)
- ▶ Präzisionstests von Lorentzinvarianz (laufend)
- ▶ Messungen der Geschwindigkeit von Gravitonen (seit 2016)

ART hat bislang alle Tests bestanden

Experimentelle Tests der ART

Siehe Clifford Will, *Was Einstein right?* (1986)

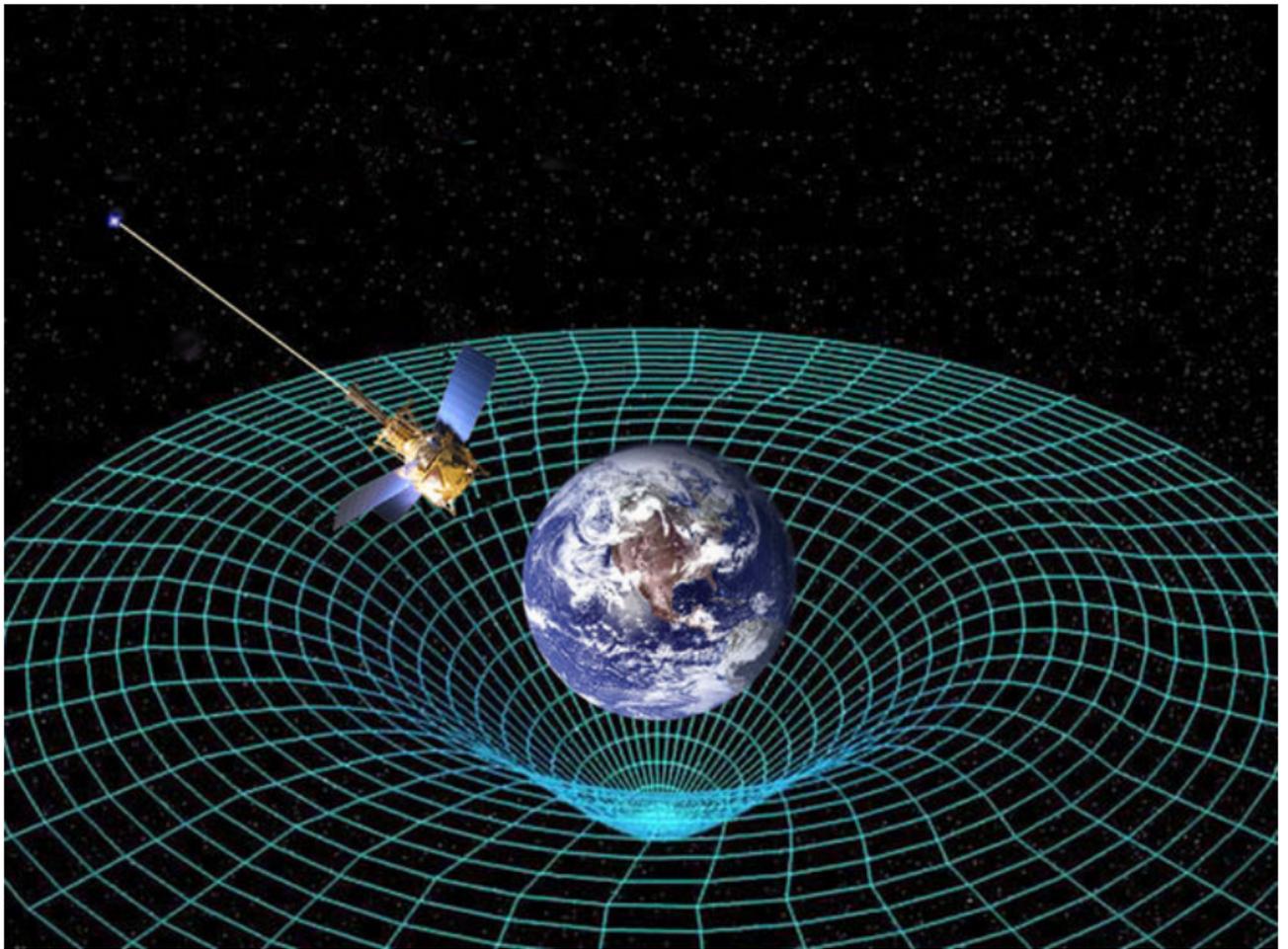
- ▶ Periheldrehung (1859)
- ▶ Lichtablenkung (1919)
- ▶ Gravitationelle Rotverschiebung [GPS!] (1959)
- ▶ Shapiro Zeitverzögerung (1966)
- ▶ Gravitationswellenabstrahlung von Pulsaren in Binärsystemen (1974)
- ▶ Gravitationslinseneffekte (1979)
- ▶ Thirring–Lense Effekt (2011)
- ▶ Direkte Messung von Gravitationswellen (2016)

Zusätzlich:

- ▶ Präzisionstests des Äquivalenzprinzips (laufend)
- ▶ Präzisionstests von Lorentzinvarianz (laufend)
- ▶ Messungen der Geschwindigkeit von Gravitonen (seit 2016)

ART hat bislang alle Tests bestanden

ART eine der am genauesten überprüften Theorien!



Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop
- ▶ Tatsache 3: ART ist derzeit präziseste Theorie der Gravitation

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop
- ▶ Tatsache 3: ART ist derzeit präziseste Theorie der Gravitation
- ▶ Annahme 2: ART gilt für das gesamte Universum

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop
- ▶ Tatsache 3: ART ist derzeit präziseste Theorie der Gravitation
- ▶ Annahme 2: ART gilt für das gesamte Universum
- ▶ Schlussfolgerung: Metrik des Universums löst Einsteingleichungen

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop
- ▶ Tatsache 3: ART ist derzeit präziseste Theorie der Gravitation
- ▶ Annahme 2: ART gilt für das gesamte Universum
- ▶ Schlussfolgerung: Metrik des Universums löst Einsteingleichungen
- ▶ Tatsache 4: auf hinreichend grossen Distanzen kann ich Masseverteilung kontinuierlich beschreiben

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop
- ▶ Tatsache 3: ART ist derzeit präziseste Theorie der Gravitation
- ▶ Annahme 2: ART gilt für das gesamte Universum
- ▶ Schlussfolgerung: Metrik des Universums löst Einsteingleichungen
- ▶ Tatsache 4: auf hinreichend grossen Distanzen kann ich Masseverteilung kontinuierlich beschreiben
- ▶ Annahme 3: Materie verhält sich wie perfekte Flüssigkeit mit Dichte ρ , Druck p und (4er-)Geschwindigkeit u^μ

Kosmologisches Prinzip: Universum ist annähernd homogen und isotrop

- ▶ Tatsache 1: es gibt viele Sterne im Universum
- ▶ Annahme 1: keiner dieser Sterne ist ausgezeichnet als “Zentrum”
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd homogen
- ▶ Tatsache 2: Universum sieht in alle Richtungen im Schnitt gleich aus
- ▶ Schlussfolgerung: Universum ist annähernd isotrop
- ▶ Tatsache 3: ART ist derzeit präziseste Theorie der Gravitation
- ▶ Annahme 2: ART gilt für das gesamte Universum
- ▶ Schlussfolgerung: Metrik des Universums löst Einsteingleichungen
- ▶ Tatsache 4: auf hinreichend grossen Distanzen kann ich Masseverteilung kontinuierlich beschreiben
- ▶ Annahme 3: Materie verhält sich wie perfekte Flüssigkeit mit Dichte ρ , Druck p und (4er-)Geschwindigkeit u^μ
- ▶ Schlussfolgerung: Energie-Impulstensor durch den einer perfekten Flüssigkeit gegeben, die verschiedene Komponenten haben kann (Licht, Neutrinos, Materie, Dunkle Materie, Dunkle Energie)

Friedmanngleichungen

Kosmologisches Prinzip vereinfacht die Metrik drastisch!

$$ds^2 = - dt^2 + [a(t)]^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$$

t : Zeit

$a(t)$: Skalenfaktor

δ_{ij} : Euklidische 3-dimensionale Metrik

x^i : räumliche (euklidische) Koordinaten, mit $i=1,2,3$

Friedmanngleichungen

Kosmologisches Prinzip vereinfacht die Metrik drastisch!

$$ds^2 = - dt^2 + [a(t)]^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$$

t : Zeit

$a(t)$: Skalenfaktor

δ_{ij} : Euklidische 3-dimensionale Metrik

x^i : räumliche (euklidische) Koordinaten, mit $i=1,2,3$

Setze obige Metrik in Einsteingleichungen ein \Rightarrow **Friedmanngleichungen**

$$H^2 = \frac{\rho}{3} - \frac{k}{a^2} \quad k = -1, 0, +1$$
$$\dot{H} + H^2 = -\frac{\rho}{6} - \frac{p}{2}$$

mit dem Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

k : räumliche Krümmung; ρ : Materiedichte; p : Materiedruck

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

- ▶ Konsequenz 2: Hubblesches Gesetz

$$v = \frac{dr}{dt} \frac{r}{r} = \frac{\dot{r}}{r} r = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

- ▶ Konsequenz 2: Hubblesches Gesetz

$$v = \frac{dr}{dt} = \dot{r} = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

- ▶ Wenn Raumkrümmung verschwindet (oder positiv ist) und Materiedichte positive ist (was in unserem Universum sogar im Vakuum der Fall ist) so ist der Hubbleparameter positiv \Rightarrow Universum dehnt sich aus und wird grösser

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

- ▶ Konsequenz 2: Hubblesches Gesetz

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{\dot{r}}{r} r = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

- ▶ Hubbleparameter positiv \Rightarrow Universum dehnt sich aus

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

- ▶ Konsequenz 2: Hubblesches Gesetz

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{\dot{r}}{r} r = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

- ▶ Hubbleparameter positiv \Rightarrow Universum dehnt sich aus
- ▶ Umkehrschluss: zu früheren Zeiten muss Universum kleiner gewesen sein und begann mit Urknall

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

- ▶ Konsequenz 2: Hubblesches Gesetz

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{r}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{\dot{r}}{r} r = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

- ▶ Hubbleparameter positiv \Rightarrow Universum dehnt sich aus
- ▶ Umkehrschluss: zu früheren Zeiten muss Universum kleiner gewesen sein und begann mit Urknall
- ▶ Hubblezeit $1/H$ erlaubt ungefähre Bestimmung des Alters des Universums: ca. 14 Milliarden Jahre

Expandierende Universen

- ▶ Einfachste Lösung der Friedmanngleichungen: konstanter Hubbleparameter

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{const.}$$

- ▶ Konsequenz 1: Skalenfaktor wächst exponentiell mit Zeit wenn $H > 0$

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

- ▶ Konsequenz 2: Hubblesches Gesetz

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{r} \frac{r}{dt} = \frac{\dot{r}}{r} r = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

- ▶ Hubbleparameter positiv \Rightarrow Universum dehnt sich aus
- ▶ Umkehrschluss: zu früheren Zeiten muss Universum kleiner gewesen sein und begann mit Urknall
- ▶ Hubblezeit $1/H$ erlaubt ungefähre Bestimmung des Alters des Universums: ca. 14 Milliarden Jahre
- ▶ Genaue Lösung der Friedmanngleichungen: Universum ca. $13,80 \pm 0,02$ Milliarden Jahre alt

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

Friedmanngleichungen für Hubbleparameter ergeben

$$H(a) \propto \sqrt{\rho_\Lambda + (\rho_b + \rho_d) a^{-3} + \rho_l a^{-4}}$$

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

Friedmanngleichungen für Hubbleparameter ergeben

$$H(a) \propto \sqrt{\rho_\Lambda + (\rho_b + \rho_d) a^{-3} + \rho_l a^{-4}}$$

- ▶ Frühe Zeiten (kleines a): **masselose Materie dominiert**

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

Friedmanngleichungen für Hubbleparameter ergeben

$$H(a) \propto \sqrt{\rho_\Lambda + (\rho_b + \rho_d)a^{-3} + \rho_l a^{-4}}$$

- ▶ Frühe Zeiten (kleines a): masselose Materie dominiert
- ▶ Mittlere Zeiten (mittleres a): massive Materie dominiert

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

Friedmanngleichungen für Hubbleparameter ergeben

$$H(a) \propto \sqrt{\rho_\Lambda + (\rho_b + \rho_d) a^{-3} + \rho_l a^{-4}}$$

- ▶ Frühe Zeiten (kleines a): masselose Materie dominiert
- ▶ Mittlere Zeiten (mittleres a): massive Materie dominiert
- ▶ Späte Zeiten (grosses a): **kosmologische Konstante dominiert**

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

Friedmanngleichungen für Hubbleparameter ergeben

$$H(a) \propto \sqrt{\rho_\Lambda + (\rho_b + \rho_d) a^{-3} + \rho_l a^{-4}}$$

- ▶ Frühe Zeiten (kleines a): masselose Materie dominiert
- ▶ Mittlere Zeiten (mittleres a): massive Materie dominiert
- ▶ Späte Zeiten (grosses a): kosmologische Konstante dominiert
- ▶ Zu späten Zeiten ist Hubbleparameter H annähernd konstant

Zusammensetzung des Universums

Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM):

- ▶ Universum enthält massive Materie mit Dichte ρ_b
- ▶ Universum enthält masselose Materie mit Dichte ρ_l
- ▶ Universum enthält Dunkle Materie mit Dichte ρ_d
- ▶ Universum enthält Dunkle Energie mit Dichte ρ_Λ
- ▶ Universum enthält Raumkrümmung mit Dichte ρ_k
- ▶ Vereinfachungen auf Grund experimenteller Daten: Dunkle Energie = kosmologische Konstante; Raumkrümmung verschwindet ($\rho_k = 0$)

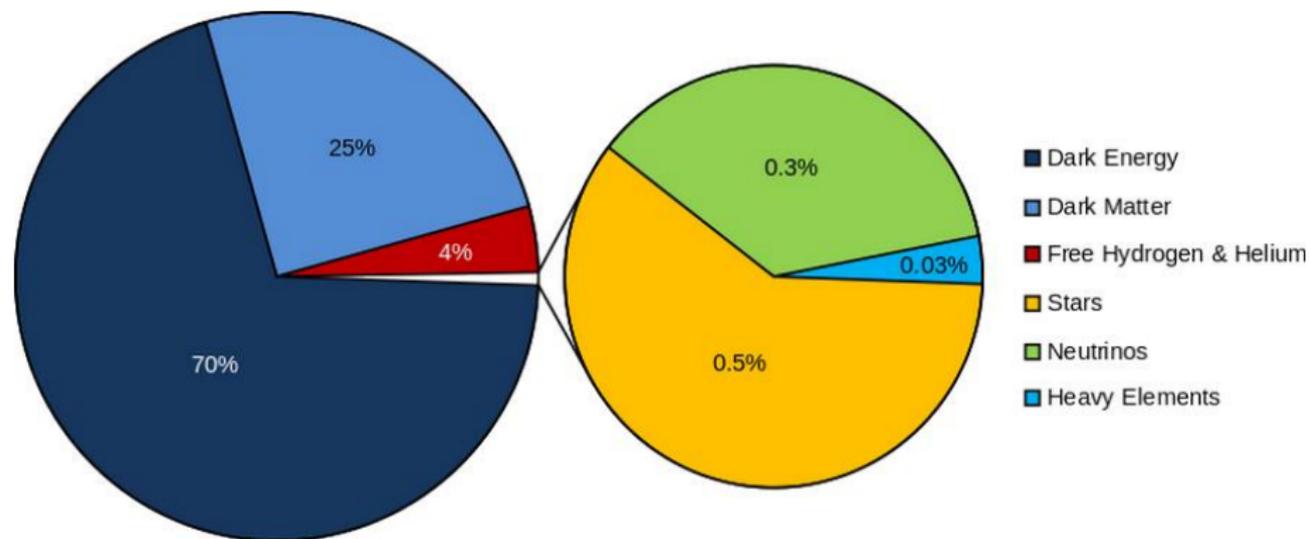
Friedmanngleichungen für Hubbleparameter ergeben

$$H(a) \propto \sqrt{\rho_\Lambda + (\rho_b + \rho_d) a^{-3} + \rho_l a^{-4}}$$

- ▶ Frühe Zeiten (kleines a): masselose Materie dominiert
- ▶ Mittlere Zeiten (mittleres a): massive Materie dominiert
- ▶ Späte Zeiten (grosses a): kosmologische Konstante dominiert
- ▶ Zu späten Zeiten ist Hubbleparameter H annähernd konstant
- ▶ Wir sind gerade in Übergangszeit von “mittleren” zu “späten” Zeiten

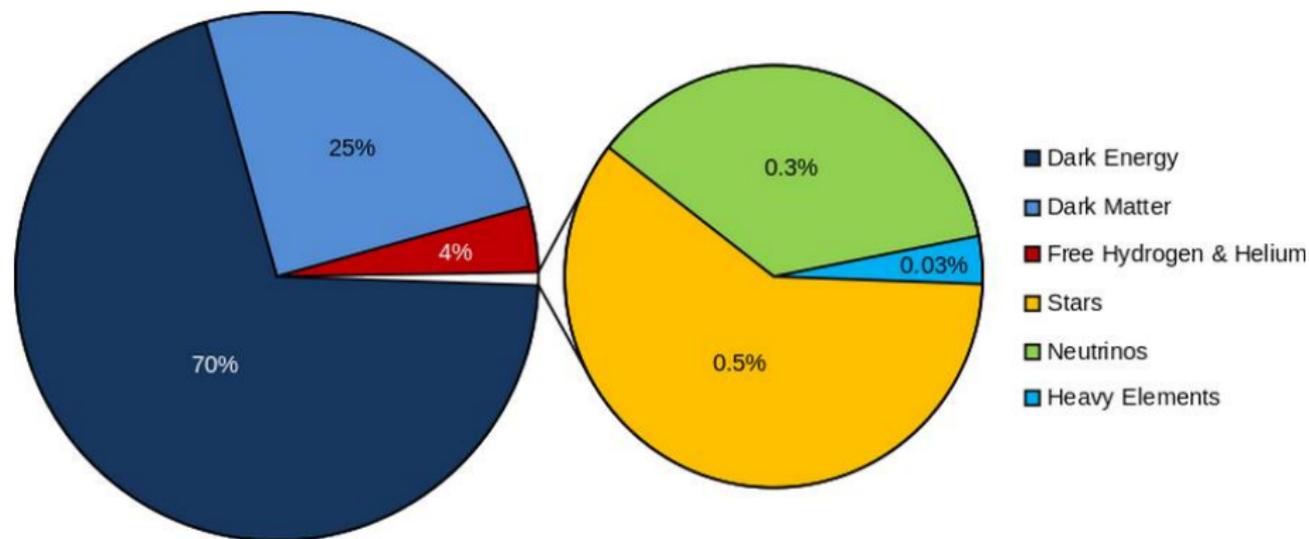
Zusammensetzung des heutigen Universums

Nach aktueller Datenlage: am meisten Dunkle Energie, aber noch nicht dominant!



Zusammensetzung des heutigen Universums

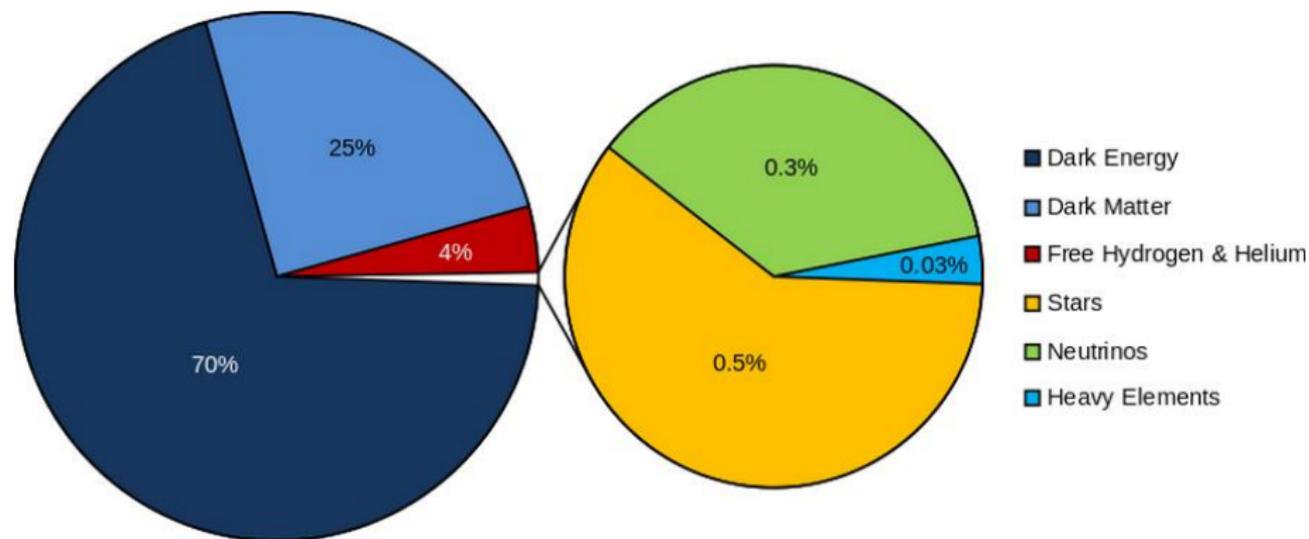
Nach aktueller Datenlage: am meisten Dunkle Energie, aber noch nicht dominant!



Anmerkung: Zusammensetzung als Universum 380.000 Jahre alt war 63% Dunkle Materie, 15% Photonen, 12% Materie, 10% Neutrinos, 0% Dunkle Energie \Rightarrow von Materie dominiert!

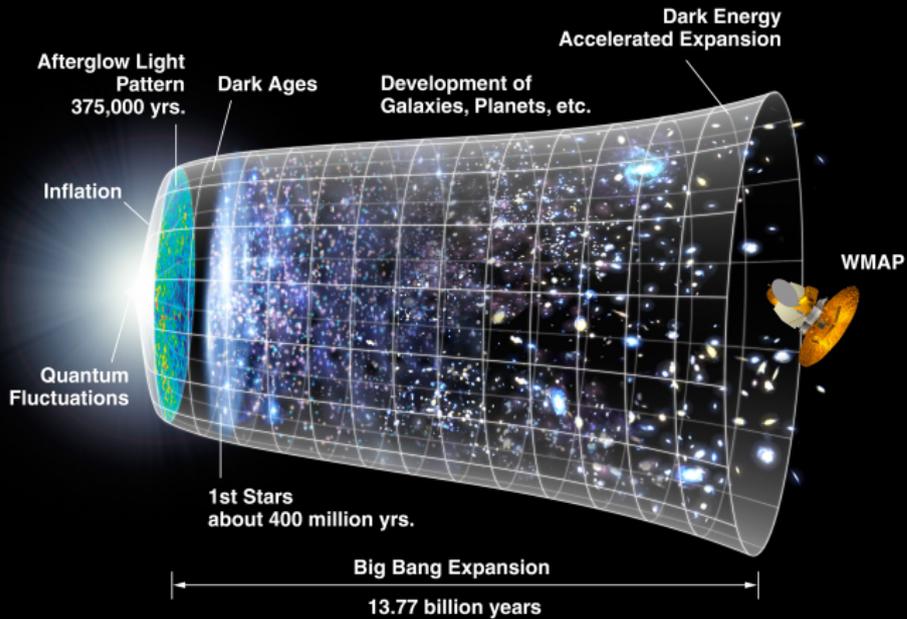
Zusammensetzung des heutigen Universums

Nach aktueller Datenlage: am meisten Dunkle Energie, aber noch nicht dominant!



Anmerkung: Zusammensetzung als Universum 380.000 Jahre alt war 63% Dunkle Materie, 15% Photonen, 12% Materie, 10% Neutrinos, 0% Dunkle Energie \Rightarrow von Materie dominiert!

Erstaunliche Erkenntnis: warum leben wir "gerade jetzt"?



NASA/WMAP Science Team

Ausblick

Wie geht es weiter?

Wie geht es weiter?

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

- ▶ Standardmodell der Teilchenphysik
- ▶ Sterne
- ▶ Galaxien
- ▶ Rotverschiebung
- ▶ Kosmischer Mikrowellenhintergrund
- ▶ Radio- und γ -Strahlen-Astronomie
- ▶ Supernovae

Wie geht es weiter?

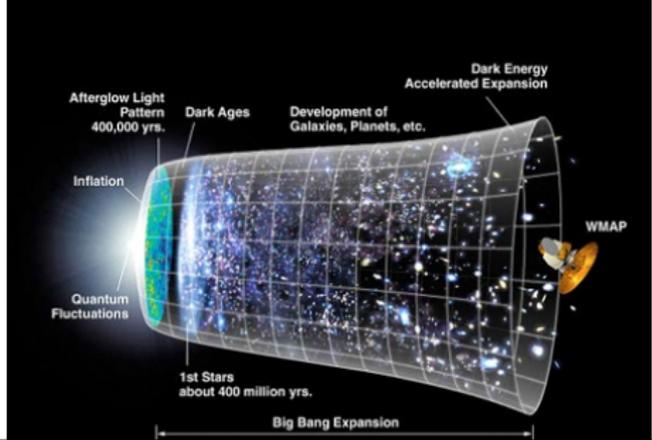
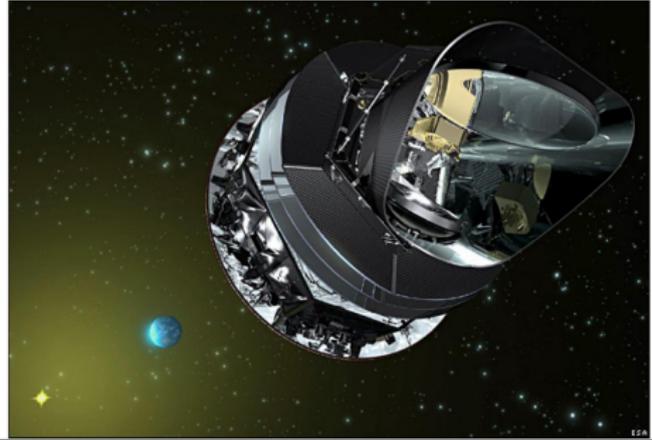
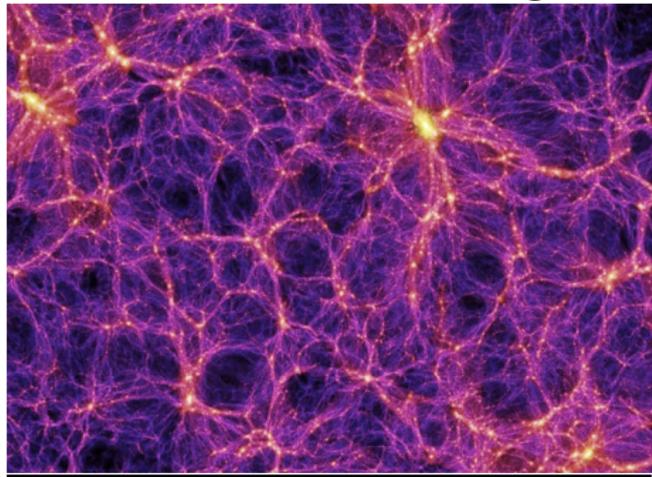
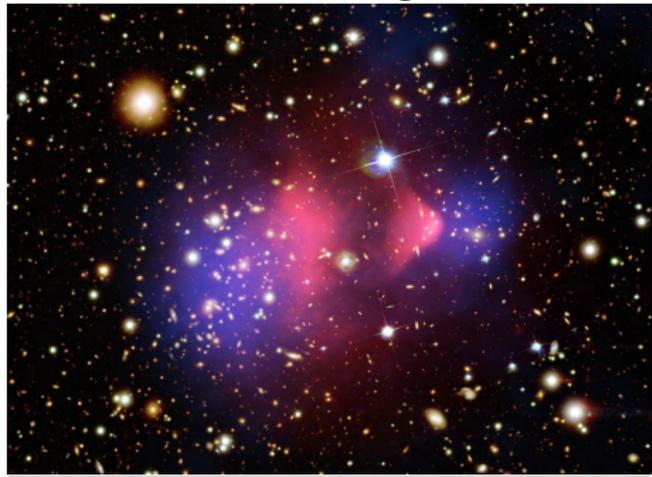
- III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen
- IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie
 - ▶ Schwarze Löcher
 - ▶ Dunkle Materie
 - ▶ Dunkle Energie

Wie geht es weiter?

- III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen
- IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie
- V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie
 - ▶ Das inflationäre Universum
 - ▶ Gravitationswellen
 - ▶ Zukunftsprognosen

Ich hoffe es hat Ihnen gefallen...

...noch Fragen?



Vorlesungsreihenüberblick

I. Geschichte und Überblick

II. Allgemeine Relativitätstheorie als Grundlage der Kosmologie

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie

V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie

Vorlesungsreihenüberblick

I. Geschichte und Überblick

II. Allgemeine Relativitätstheorie als Grundlage der Kosmologie

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie

V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie

Vorlesungsreihenüberblick

I. Geschichte und Überblick

II. Allgemeine Relativitätstheorie als Grundlage der Kosmologie

III. Die helle Seite des Universums — Astronomische Beobachtungen

IV. Die dunkle Seite des Universums — Schwarze Löcher, Dunkle Materie und Dunkle Energie

V. Inflation, Gravitationswellen und die Zukunft der Kosmologie

Temporary page!

\LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. There was some unprocessed data that should have been added to the document, so this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will disappear, because \LaTeX now knows how many pages to expect for the document.